

***Insider Trading* strategico con informazione imperfetta: un'analisi del volume di scambio**

Andrea Marcello Buffa*

Università degli Studi di Torino

Un modello teorico di insider trading è stato utilizzato per analizzare il comportamento del volume di scambio in mercati finanziari caratterizzati dalla presenza di informazione asimmetrica. Questo modello estende quello sviluppato da Bhattacharya e Nicodano (2001), introducendo la competizione tra gli agenti informati e l'imperfezione della loro informazione privata. Contrariamente alle principali implicazioni dei modelli teorici di adverse selection e coerentemente con alcuni lavori empirici, da questo lavoro emerge che il volume di scambio risulta essere superiore se nel mercato operano agenti informati. Il maggiore investimento nell'attività rischiosa da parte degli agenti non informati, dovuto ad un miglior risk sharing, porta infatti ad una maggiore quantità da loro scambiata. [JEL Code: G14, D82, C72]

1. - Introduzione

Questo lavoro estende il modello sviluppato da Bhattacharya e Nicodano (2001) e analizza il comportamento del volume di scambio in mercati finanziari caratterizzati dalla presenza di informazione asimmetrica.

* <andrea.buffa@mac.com>. Devo tutta la mia gratitudine a Giovanna Nicodano per il suo costante aiuto e per i preziosi suggerimenti che mi ha saputo dare durante il corso di questi ultimi anni. Desidero ringraziare anche Massimo Marinacci e Marco Scarsini per i loro consigli e incoraggiamenti e i *referee* italiani e internazionali, i cui commenti hanno migliorato la versione finale di questo articolo. Eventuali errori rimangono dell'autore.

Diversi modelli precedenti hanno trascurato il volume di scambio, focalizzando la loro attenzione sulla liquidità o sul benessere degli agenti presenti nel mercato. Tuttavia, il volume di scambio, con la liquidità, contribuisce a definire struttura, dimensione ed efficienza dei mercati finanziari. Inoltre, numerosi lavori empirici ne hanno sottolineato l'importanza come variabile capace di prevedere gli andamenti del mercato (Lo e Wang, 2001). Ciò nonostante, la ragione fondamentale di questa scelta è di natura metodologica. Dalla maggior parte dei modelli teorici di *insider trading*, infatti, emergono conclusioni inerenti il volume di scambio in piena contrapposizione con alcune evidenze empiriche. Queste differenze mettono, quindi, in discussione la validità di tali modelli, sicuramente per quanto riguarda l'analisi di questa variabile, ma anche più in generale come modelli di *asset markets* con informazione asimmetrica.

Nella maggior parte dei modelli di *informed trading* (Back, Cao e Willard, 2000; Foster e Viswanathan, 1996; Grossman e Stiglitz, 1980; Holden e Subrahmanyam, 1992; Kyle, 1985) una parte degli scambi di mercato viene attribuita all'azione dei *noise traders*¹, agenti che intervengono nel mercato per motivi esterni ad esso, e degli agenti non informati. Il *trading* di questi agenti, ossia il *trading* non informato, non viene tuttavia modellato, ma posto come esogeno², rendendo, così, particolarmente difficile cogliere a livello teorico quale sia l'impatto dell'*insider trading* sulle decisioni di investimento degli agenti non informati e di conseguenza l'impatto sul volume trattato nel mercato.

Altri modelli (George, Kaul e Nimalendran, 1994), invece, coerentemente con la teoria dell'*adverse selection*, mostrano che nessun agente non informato, ammesso che l'unica ragione di scambio riguardi il differenziale informativo, sarebbe disposto a trattare in un mercato in cui operino agenti dotati di informazione privilegiata (Milgrom e Stokey, 1982). Ne consegue, pertanto, che

¹ Spesso vengono anche definiti *liquidity traders*.

² La motivazione per cui i suddetti modelli ammettano tale ipotesi va ricercata nel fatto che il loro principale obiettivo consista nell'analizzare il potere informativo dei prezzi di mercato, ovvero le condizioni che favoriscono la trasmissione dell'informazione privilegiata, attraverso i prezzi, agli agenti non informati.

l'*insider trading* abbia un effetto negativo sul volume di scambio degli agenti non informati.

Gli studi empirici che utilizzano dati direttamente relativi all'attività di *insider trading* mostrano che il *trading* informato avrebbe un effetto positivo sul livello di investimento degli agenti non informati, e di conseguenza, sul volume da loro trattato³ (Cornell e Sirri, 1992; Fische e Robe, 2004).

Questo lavoro, dunque, cerca di studiare a livello teorico l'impatto che l'*insider trading* ha sul volume di scambio, utilizzando come modello di riferimento, quello sviluppato da Bhattacharya e Nicodano (2001). In quest'ultimo modello sia i *noise traders* che gli agenti non informati vengono modellati come agenti con preferenze ben specificate. Questi agenti devono scegliere come allocare le loro risorse tra un investimento esente da rischio (*riskless short-term investment*) ed uno rischioso (*risky long-term investment*) quando le loro preferenze di consumo intertemporali sono ancora incerte⁴. La manifestazione dello *shock* di liquidità indurrà un sottogruppo di *outsider* (gli *early-diers*) a vendere l'attività rischiosa nel mercato secondario prima che il *payoff* dell'investimento *long-term* si sia realizzato.

A differenza di alcuni modelli che ipotizzano una certa flessibilità della scelta di investimento nell'*interim stage* (Leland, 1992), ossia nel momento in cui tutti gli agenti scambiano nel mercato secondario, il modello Bhattacharya e Nicodano (2001) assume la completa inflessibilità delle scelte di investimento *ex ante* da parte degli agenti non informati. In questo modo, la semplice possibilità che nel mercato possano operare anche agenti informati e la suddetta ipotesi di inflessibilità influenzeranno le scelte ottime di portafoglio di tutti gli agenti *outsider*. Tali agenti, infatti, incorporeranno nel loro processo decisionale la mag-

³ Vi è uno studio empirico (CHUNG K.H. - JO H. - SHEFRIN H., 2003) che, utilizzando dati di mercato per derivare l'influenza dell'*insider trading* sul volume di scambio, conferma la teoria dell'*adverse selection* e mostra che la presenza di agenti informati porta i *market makers* ad allargare il *bid-ask spread* (ossia il differenziale di prezzo a cui il *market maker* è disposto a vendere e a comprare una certa attività), inducendo, di conseguenza, gli agenti non informati a ridurre il volume dei loro scambi.

⁴ Ovvero prima che si manifesti lo *shock* di liquidità.

giore capacità informativa dei prezzi causata dall'*insider trading* e modificheranno, di conseguenza, l'ammontare di risorse da destinare all'attività *long-term*.

Questo lavoro presenta un modello teorico caratterizzato dalla presenza di due agenti informati, i quali ricevono segnali imperfetti relativi al rendimento futuro dell'attività rischiosa. L'imperfezione dei segnali e la competizione tra gli agenti informati influenzano profondamente la capacità informativa dei prezzi⁵ e di conseguenza anche le scelte di investimento degli agenti non informati.

Queste due ipotesi, e quindi l'estensione del modello, sono sostenute da evidenze empiriche. Per quanto concerne l'imperfezione dei segnali, vi sono alcuni casi che mostrano come gli agenti informati possano ottenere profitti negativi, il che significa che hanno agito in maniera incoerente rispetto all'andamento effettivo dell'attività oggetto di *insider trading* (Meulbroek, 1992). Diversi studi empirici hanno anche mostrato che nei casi di *insider trading* vi sono più di un agente informato.

Come per il modello Bhattacharya e Nicodano (2001) anche il modello qui presentato è stato risolto per via numerica, a causa della possibilità di imbattersi in «soluzioni d'angolo».

Questo lavoro è organizzato come segue. Nel paragrafo 2 vengono presentate le principali caratteristiche e il metodo di risoluzione del modello, incominciando con l'equilibrio in assenza di *insider trading* (prg. 2.1) e descrivendo in seguito l'equilibrio in presenza di *insider trading* (prg. 2.2). Il paragrafo 3 analizza l'effetto dell'imperfezione del segnale e dell'oligopolio sul potere informativo dei prezzi. L'analisi dei risultati numerici relativi al volume di scambio è svolta nel paragrafo 4. Il paragrafo 5 presenta le conclusioni. Il paragrafo 1 dell'Appendice presenta dimostrazioni del Lemma, il paragrafo 2 dell'Appendice analizza l'effetto dell'imperfezione dei segnali sui profitti attesi degli *insider* e il paragrafo 3 dell'Appendice mostra uno sviluppo analitico del volume di scambio.

⁵ I prezzi potrebbero incorporare un'informazione sbagliata se il segnale ricevuto differisce dal rendimento futuro dell'attività rischiosa.

2. - Il modello

Si considerino tre periodi (0, 1, 2) e due tipi di agenti, che nascono in $t = 0$: *outsider* (agenti non informati) e *insider* (agenti informati).

Per quanto riguarda gli *outsider*, le dotazioni iniziali possono essere investite in un'attività esente da rischio che scade in $t = 1$ e che può essere reinvestita fino in $t = 2$, oppure in un'attività rischiosa che scade in $t = 2$ e che può eventualmente essere scambiata tra gli agenti in un mercato secondario in $t = 1$. L'attività *short-term* ha un rendimento lordo unitario⁶, mentre l'attività *long-term* paga, per ogni unità di investimento, $\tilde{\theta}$, distribuita nel seguente modo:

$$(1) \quad \tilde{\theta} = \begin{cases} \theta_L & \text{con probabilità } \pi \quad (\equiv \pi_L) \\ \theta_H & \text{con probabilità } 1 - \pi \quad (\equiv \pi_H) \end{cases}$$

con: $\theta_L < 1 < \theta_H$

La probabilità π è *common knowledge* tra gli *outsider*. Pertanto, il rendimento atteso dell'attività rischiosa è:

$$(2) \quad E(\tilde{\theta}) = \pi\theta_L + (1 - \pi)\theta_H$$

e dovrà essere > 1 affinché gli agenti siano incentivati ad investire in tale attività.

Le preferenze di consumo intertemporale degli agenti *outsider* sono descritte da funzioni di utilità; ogni funzione, per ogni agente, al tempo $t = 1$ e $t = 2$ è una variabile casuale distribuita indipendentemente e identicamente:

$$(3) \quad U(C^1, C^2) = \begin{cases} U(C^1) & \text{con prob. } \{\alpha_l \text{ oppure } \alpha_h\} \\ U(C^2) & \text{con prob. } \{(1 - \alpha_l) \text{ oppure } (1 - \alpha_h)\} \end{cases}$$

Pertanto, un agente *outsider* consumerà "early" ($t = 1$), a cau-

⁶ Si ipotizza che l'attività esente da rischio abbia un tasso di interesse nullo.

sa dello *shock* di liquidità, con probabilità α_i per $i \in \{l, h\}$, o *late* ($t = 2$) con probabilità $(1 - \alpha_i)$. Questi stati di liquidità $\{l, h\}$ si verificano con probabilità *ex-ante* pari a $q = q_l$ e $(1 - q) = q_h$. Assumiamo che le probabilità $\{q, \alpha_l, \alpha_h\}$ siano *common knowledge*, ma che ogni agente *outsider* conosca solo la propria funzione di utilità realizzata $U(C^1, C^2)$ e non lo stato di liquidità aggregato. Assumiamo inoltre che *payoffs* futuri siano indipendenti dagli stati di liquidità.

In $t = 0$ gli *outsider* investono K nell'attività esente da rischio e $(1 - K)$ in quella rischiosa. Lo scambio dei titoli *long-term* al $t = 1$ avviene tra gli *outsider* che hanno subito lo *shock* di liquidità (*early-diers*) e quelli che non lo hanno subito (*late-diers*)⁷, determinando così il prezzo di equilibrio per unità di investimento: $P(K, \theta_j, \alpha_i)$ con $j \in \{L, H\}$ e $i \in \{l, h\}$.

Per quanto concerne, invece, i due *insider*, essi hanno una dotazione esogena di attività rischiosa⁸, della quale possono scegliere di vendere un ammontare e reinvestire ciò che ottengono al tempo $t = 1$ nell'attività esente da rischio. Poiché tali agenti sono neutrali al rischio, massimizzeranno i loro profitti attesi condizionatamente alla loro informazione privata. All'*interim stage* tali agenti ricevono due segnali imperfetti, \tilde{S}^1 e \tilde{S}^2 , che presentano la seguente distribuzione di probabilità:

$$(4) \quad \tilde{S} = S_k \text{ con prob. } \sum_{i=L,H} \Pr(\theta_j) \Pr(S_k | \theta_j) \\ \text{per } k \in \{L, H\}$$

o:

$$(5) \quad \tilde{S} = \begin{cases} S_H \text{ con prob.} & \pi_H \Pr(S_H | \theta_H) + \pi_L \Pr(S_H | \theta_L) \\ S_L \text{ con prob.} & \pi_L \Pr(S_L | \theta_L) + \pi_H \Pr(S_L | \theta_H) \end{cases}$$

dove S_k rappresenta l'evento in cui l'*insider* riceve un segnale che indica un rendimento futuro di tipo k . In particolare, S_H è l'in-

⁷ Gli *early-diers* desiderano consumare il più possibile al $t = 1$ e pertanto vendono ai *late-diers* i titoli rischiosi che hanno in portafoglio.

⁸ Se n_1 e n_2 rappresentano le dotazioni esogene (unità dell'attività rischiosa) dei due *insider*, assumiamo che $n_z \geq [\alpha_h - \alpha_l] \forall z \in \{1, 2\}$.

sieme delle realizzazioni del segnale tale che $\tilde{S} \geq \theta_H$, mentre S_L è l'insieme delle realizzazioni del segnale tale che $\tilde{S} \leq \theta_L$.

Il valore atteso del rendimento futuro condizionato al segnale risulta essere:

$$(6) \quad E(\tilde{\theta}|S_k) = \sum_{j=L,H} \theta_j \Pr(\theta_j|S_k)$$

dove, dato il Teorema di Bayes:

$$(7) \quad \Pr(\theta_j|S_k) = \frac{\Pr(\theta_j)\Pr(S_k|\theta_j)}{\sum_{j=L,H} \Pr(\theta_j)\Pr(S_k|\theta_j)}$$

È importante notare che:

$$(8) \quad E(\tilde{\theta}|S_k) \neq E(\tilde{\theta}) \text{ se } \Pr(\theta_j|S_k) \neq \Pr(\theta_j)$$

$$(9) \quad E(\tilde{\theta}|S_k) = E(\tilde{\theta}) \text{ se } \Pr(\theta_j|S_k) = \Pr(\theta_j)$$

Pertanto, per valori più elevati di $\Pr(\theta_j|S_j)$ il valore atteso condizionato al segnale tende al valore effettivo del rendimento futuro. In particolare, se il segnale fosse perfetto, $\Pr(\theta_j|S_j) = 1$, allora:

$$(10) \quad E(\tilde{\theta}|S_j) = \theta_j \quad \forall j \in \{L, H\}$$

Ora, occorre definire il coefficiente di correlazione tra i segnali dei due agenti informati e un indice di precisione di tali segnali. Poiché i due segnali sono caratterizzati dalla stessa distribuzione (e quindi dalle stesse probabilità) ne consegue che se i segnali fossero perfetti, $\Pr(\theta_j|S_j) = 1 \quad \forall j \in \{L, H\}$, il coefficiente di correlazione sarebbe pari ad 1, $\text{Corr}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2) \equiv \rho_S = 1$. Pertanto, più bassa risulta essere la suddetta probabilità, minore sarà la correlazione tra i due segnali.

Per quanto riguarda l'indice di precisione (relativa) del segnale (Ψ), quest'ultimo è definito come segue:

$$(11) \quad \Psi = 1 - \left(\frac{\text{Var}(\tilde{\theta}|S_k)}{\text{Var}(\tilde{\theta})} \right)$$

Anche in questo caso, se i segnali fossero perfetti l'indice di precisione relativa assumerebbe valore 1 in quanto la varianza condizionata sarebbe pari a 0. In maniera analoga, più bassa è la probabilità $\Pr(\theta_j | S_j) \forall j \in \{L, H\}$, minore sarà l'indice di precisione relativa di entrambi i segnali. Di conseguenza, esiste una relazione positiva tra ρ_S e Ψ .

L'evento θ_j rappresenta l'evento in cui il rendimento futuro sia di tipo j ; l'evento S_k^1 quello in cui il segnale ricevuto dall'*insider* 1 indichi un rendimento futuro di tipo k , e S_s^2 quello in cui il segnale ricevuto dall'*insider* 2 indichi un rendimento futuro di tipo s . Da questi eventi possiamo definire le seguenti probabilità congiunte:

$$(12) \quad \Pr(\theta_j, S_k^1, S_s^2) = \Pr(\theta_j)\Pr(S_k^1 | \theta_j)\Pr(S_s^2 | \theta_j, S_k^1) \\ \forall j, k, s \in \{L, H\}$$

Pertanto, l'azione strategica degli *insider* dipenderà da tali probabilità, che determinano a loro volta ρ_S (e Ψ). Maggiore è il coefficiente di correlazione dei due segnali, più elevata sarà la probabilità che i due agenti informati agiscano nella stessa direzione.

2.1 Equilibrio di scambio in assenza di insider trading

Definendo $i \in \{l, h\}$ come indice dello stato di liquidità e $j \in \{L, H\}$ come indice del *payoff* dell'attività rischiosa, il livello del consumo *procapite* degli *early-diers* $C_j^1(i)$ e quello dei *late-diers* $C_j^2(i)$ risultano essere:

$$(13) \quad C_j^1(i) = [K + (1 - K)P_j(i)]$$

$$(14) \quad C_j^2(i) = [(K - P_j(i)X_j(i)) + \theta_j(1 - K) + \theta_j X_j(i)]$$

dove $X_j(i)$ è la quantità di attività rischiosa che ogni *late-diers* è disposto ad acquistare al $t = 1$, al prezzo $P_j(i)$. Poiché in un equilibrio senza la presenza di *insider trading*, $P_j(i)$ e $X_j(i)$ dipendono solamente dallo stato di liquidità i , possiamo omettere l'indice j .

La seguente condizione di *market clearing* deve essere soddisfatta:

$$(15) \quad (1 - \alpha_i)X(i) = \alpha_i(1 - K)$$

e poiché assumiamo che i *late-diers*, i quali desiderano consumare solo al $t = 2$, non possano indebitarsi al $t = 1$ o perché non vi è alcun agente disposto a finanziarli o perché il tasso di interesse sui prestiti è così alto da ostacolarne l'intenzione, occorre imporre la seguente condizione:

$$(16) \quad K - P(i)X(i) \geq 0$$

Dalle precedenti due equazioni (15) e (16) si ottiene il vincolo aggregato di liquidità:

$$(17) \quad P(i)\alpha_i(1 - K) \leq (1 - \alpha_i)K$$

Al $t = 0$, nella scelta *ex ante* di K , ogni agente *outsider* massimizza la propria utilità attesa:

$$(18) \quad \max_{K, X(i)} \sum_{i=l,h} q_i \pi_i \left[\alpha_i U(C^1(i)) + (1 - \alpha_i) U(C_j^2(i)) \right]$$

Al $t = 1$, dato il prezzo $P(i)$, che in equilibrio è in grado di rivelare solamente lo stato di liquidità $\{l, h\}$ e nessuna informazione sul rendimento θ_j , i *late-diers* scelgono $X(i)$ tale che:

$$(19) \quad \max_{X(i)} \sum_{j=L,H} \pi_j U(C_j^2(i)) P(i)$$

Utilizzando le condizioni del primo ordine della massimizzazione (19) e l'equazione (15) (condizione di *market clearing*), si ottiene il prezzo in funzione di K : $P(i, K)$. I prezzi di equilibrio sono quelli che appartengono alle radici reali e positive, considerando il vincolo (17). Infine, la scelta *ex ante* di K viene calcolata utilizzando la massimizzazione (18) e considerando i prezzi $P(i)$ e gli scambi $X(i)$ calcolati al $t = 1$.

2.2 Equilibrio di scambio in presenza di insider trading

Gli *insider* cercano di massimizzare i loro profitti attesi condizionatamente alla loro informazione privata. Questo richiede che essi mascherino la propria presenza nel mercato in modo tale da non rivelare l'informazione privilegiata da loro posseduta (come in Kyle, 1985 e in Gorton e Pennacchi, 1990). Tuttavia, in questo modello ogni *insider* deve congetturare l'azione dell'altro in quanto possono mascherare la propria presenza solo se la quantità aggregata da loro venduta è tale che i *late-diers* non siano in grado di capire se stanno comperando dagli *early-diers* o dagli *insider*.

DEFINIZIONE 1

Il profitto atteso degli *insider* condizionato alla loro informazione privata può essere definito come segue:

$$(20) \quad E(\Pi^1 | S_k^1) = \sum_{i=l,h} \sum_{j=L,H} \sum_{s=L,H} q_i \left[(P_{ks}(i) - \theta_j) Q_k^1 \cdot \Pr(\theta_j, S_s^2 | S_k^1) \right]$$

$$(21) \quad E(\Pi^2 | S_s^2) = \sum_{i=l,h} \sum_{j=L,H} \sum_{s=L,H} q_i \left[(P_{ks}(i) - \theta_j) Q_s^2 \cdot \Pr(\theta_j, S_k^1 | S_s^2) \right]$$

dove Q_k^1 e Q_s^2 rappresentano l'ammontare di attività rischiosa venduta rispettivamente dall'*insider* 1 e dall'*insider* 2, condizionato al tipo di segnale ricevuto.

Pertanto, il profitto atteso condizionato di ogni *insider* è funzione diretta della quantità che ha venduto e indiretta della quantità venduta dall'altro agente informato, dalla precisione dei segnali e dalla loro correlazione.

Poiché gli *insider* decideranno di entrare nel mercato solamente se il segnale ricevuto dovesse indicare un rendimento futuro di tipo L ,

$$(22) \quad Q_k^1 = \begin{cases} Q^1 & \text{se } k = L \\ 0 & \text{se } k = H \end{cases}$$

e:

$$(23) \quad Q_s^2 = \begin{cases} Q^2 & \text{se } s = L \\ 0 & \text{se } s = H \end{cases}$$

Pertanto, prendendo per esempio in considerazione l'*insider* 1, il suo profitto atteso condizionato al suo segnale può essere riscritto come segue:

$$(24) \quad E(\Pi^1 | S_k^1) = \begin{cases} \bar{\omega}^1(Q^1) & \text{se } k = L \\ 0 & \text{se } k = H \end{cases}$$

dove:

$$(25) \quad \bar{\omega}^1(Q^1) = \sum_{i=l,h} \sum_{j=L,H} \sum_{s=L,H} q_i \left[(P_{Ls}(i) - \theta_j) Q^1 \cdot \Pr(\theta_j, S_s^2 | S_L^1) \right]$$

Lo stesso vale per l'*insider* 2.

DEFINIZIONE 2

Le strategie di equilibrio, Q^{1*} e Q^{2*} , devono soddisfare le seguenti condizioni:

$$(26) \quad E[\Pi^1(Q^{1*}, Q^2)] \geq E[\Pi^1(Q^1, Q^2)]$$

$$(27) \quad E[\Pi^2(Q^2, Q^{1*})] \geq E[\Pi^2(Q^2, Q^1)]$$

È possibile ora risolvere il modello per trovare l'equilibrio generale. La struttura dei consumi degli *outsider* è definita nel seguente modo:

$$(28) \quad C_{ks}^1(i) = K + (1 - K) P_{ks}(i)$$

$$(29) \quad C_{jks}^2(i) = (K - P_{ks}(i) X_{ks}(i)) + ((1 - K) + X_{ks}(i)) \theta_j \\ \forall i \in \{l, h\} \text{ e } \forall j, k, s \in \{L, H\}$$

dove $P_{ks}(i)$ e $X_{ks}(i)$ sono rispettivamente il prezzo e la quantità dell'attività *long-term* acquistata per unità di *late-diers*, quando lo *shock* di liquidità è di tipo i , *insider* 1 osserva S_k^1 e *insider* 2 osserva S_s^2 . L'equazione (28) mostra come il consumo degli *outsider early-diers* non dipenda dal rendimento dell'attività rischiosa.

Gli scambi degli *outsider* al $t = 1$ devono soddisfare il vincolo di non-indebitamento:

$$(30) \quad P_{ks}(i) X_{ks}(i) \leq K \quad \forall i, k, s$$

mentre il vincolo aggregato di liquidità deve incorporare l'offerta aggregata di titoli rischiosi degli *insider*:

$$(31) \quad P_{ks}(i)[\alpha_i(1 - K) + (Q_k^1 + Q_s^2)] \leq (1 - \alpha_i) K$$

Negli stati aggregati $\{iks\}$ ⁹ per $i \in \{l, h\}$ e $k, s \in \{L, H\}$, i prezzi di equilibrio $P_{ks}(i)$ e le previsioni su θ condizionate ai prezzi ($\hat{\pi}_j | P_{ks}(i)$) devono soddisfare la seguente condizione di *market clearing*:

$$(32) \quad \alpha_i(1 - K) + (Q_k^1 + Q_s^2) = (1 - \alpha_i) X_{ks}(i)$$

Al $t = 0$ ogni *outsider* massimizza la propria utilità attesa:

$$(33) \quad \max_{K, X_{ks}(i)} \sum_{i=l, h} \sum_{j=L, H} \sum_{k=L, H} \sum_{s=L, H} q_i \left\{ \alpha_i \left[\Pr(S_k^1, S_s^2) U(C_{ks}^1(i)) \right] + \right. \\ \left. + (1 - \alpha_i) \left[\Pr(\theta_j, S_k^1, S_s^2) U(C_{jks}^2(i)) \right] \right\}$$

Al $t = 1$ gli *outsider late-diers* sceglieranno l'ammontare dell'attività rischiosa $X_{ks}(i)$ da acquistare nel mercato secondario per massimizzare la loro utilità attesa condizionata ai diversi possibili prezzi:

$$(34) \quad \max_{X_{ks}(i)} \sum_{j=L, H} \sum_{k=L, H} \sum_{s=L, H} \hat{\Pr}(\theta_j, S_k^1, S_s^2) U(C_{jks}^2(i)) P_{ks}(i)$$

e gli *insider* massimizzano i loro profitti attesi condizionalmente alla loro informazione privata, $E(\Pi^1 | S_k^1)$ e $E(\Pi^2 | S_s^2)$:

$$(35) \quad \max_{Q^1} \sum_{i=l, h} \sum_{j=L, H} \sum_{s=L, H} q_i \left[(P_{Ls}(i) - \theta_j) Q^1 \cdot \Pr(\theta_j, S_s^2 | S_k^1) \right]$$

$$(36) \quad \max_{Q^2} \sum_{i=l, h} \sum_{j=L, H} \sum_{k=L, H} q_i \left[(P_{kL}(i) - \theta_j) Q^2 \cdot \Pr(\theta_j, S_k^1 | S_s^2) \right]$$

⁹ Non viene fatta alcuna distinzione tra gli stati $\{iHL\}$ e $\{iLH\}$.

PROPOSIZIONE 1

Dati i due sottoinsiemi di valori dell'indice di precisione del segnale, se $\tilde{S}^z = S_L^z$,

$$(37) \quad Q^* = \begin{cases} Q^M & \text{se } \psi \geq \hat{\psi} \\ \frac{Q^M}{2} & \text{se } \psi < \hat{\psi} \end{cases} \quad \forall z \in \{1, 2\}$$

rappresenta la strategia ottimale che conduce all'equilibrio di Nash del gioco in strategie pure, ovvero la strategia che soddisfa le condizioni di equilibrio in Definizione 2, dove Q^M è la quantità che un monopolista tratterebbe nel mercato.

Occorre ora spiegare perché non vi sia un *continuum* di equilibri, ossia la logica sottostante la proposizione 1.

Le strategie $Q^* \neq \{Q^M/2, Q^M\}$ possono essere eliminate poiché solo i due seguenti scenari possono verificarsi: entrambi gli *insider* entrano nel mercato, un solo *insider* entra nel mercato. Infatti, poiché gli agenti informati vogliono entrare nel mercato cercando di non rivelare la loro informazione privata, tutte le altre strategie condurrebbero ad una rivelazione dell'informazione in tutti gli stati aggregati. Per quanto riguarda il primo scenario la strategia ottimale sarebbe $Q^* = Q^M/2$, mentre per quanto concerne il secondo $Q^* = Q^M$.

Per eliminare la strategia dominata, è necessario confrontare gli stati aggregati in cui gli *insider* sono in grado di mascherare la loro presenza, per ognuna delle due possibili strategie di equilibrio. Se questi ultimi offrirono $Q^M/2$, i *late-diers* non sarebbero in grado di distinguere tra gli stati aggregati $\{hHH\}$ e $\{ILL\}$; quindi, l'informazione privata non verrebbe rivelata con probabilità *ex ante* pari a $[\Pr(S_L^1, S_L^2) \cdot q_i]$. Offrendo Q^M , invece, i *late-diers* non distinguerebbero tra gli stati aggregati $\{hHH\}$ e $\{IHL\}$ (o $\{ILH\}$) e l'informazione privata non sarebbe rivelata con probabilità *ex ante* pari a $[\Pr(S_H^1, S_L^2) \cdot q_i]$ (che è anche pari a $[\Pr(S_L^1, S_H^2) \cdot q_i]$).

Quando la precisione del segnale Ψ è bassa, il coefficiente di correlazione tra i segnali è altrettanto basso e ciò significherebbe che la probabilità che i due *insider* non entrino insieme nel mercato è alta. Tuttavia, per bassi valori del coefficiente di correla-

zione gli *insider* non entrerebbero nel mercato a causa di un profitto atteso negativo. Si può mostrare che, per quei valori di Ψ che inducono gli *insider* ad entrare nel mercato ($\Psi \geq \hat{\Psi}$), la suddetta probabilità $\Pr(S_L^1, S_L^2)$ è prossima ad 1, mentre $\Pr(S_L^1, S_H^2)$ prossima a 0. Pertanto, è possibile eliminare la strategia $Q^* = Q^M$.

Infine, date le strategie di equilibrio degli *insider*, le condizioni di *market clearing* possono essere riscritte nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\alpha_l(1 - K) &= (1 - \alpha_l)X_e \\ \alpha_l(1 - K) + Q &= (1 - \alpha_l)X_d \\ \alpha_h(1 - K) &= (1 - \alpha_h)X_c \\ \alpha_l(1 - K) + 2Q &= (1 - \alpha_l)X_c \\ \alpha_h(1 - K) + Q &= (1 - \alpha_h)X_b \\ \alpha_h(1 - K) + 2Q &= (1 - \alpha_h)X_a\end{aligned}$$

dove:

$$\begin{aligned}X_{HH}(l) &\equiv X_e, X_{HL}(l) \text{ o } X_{LH}(l) \equiv X_d, X_{HH}(h) \equiv X_c \\ X_{LL}(l) &\equiv X_c, X_{HL}(h) \text{ o } X_{LH}(h) \equiv X_b, X_{LL}(h) \equiv X_a\end{aligned}$$

3. - Potere informativo dei prezzi

In Bhattacharya e Nicodano (2001) il *payoff* dell'attività rischiosa non è rivelato solo quando l'*insider* maschera la sua presenza nel mercato. Pertanto, in tutti gli altri stati aggregati il potere informativo dei prezzi è perfetto.

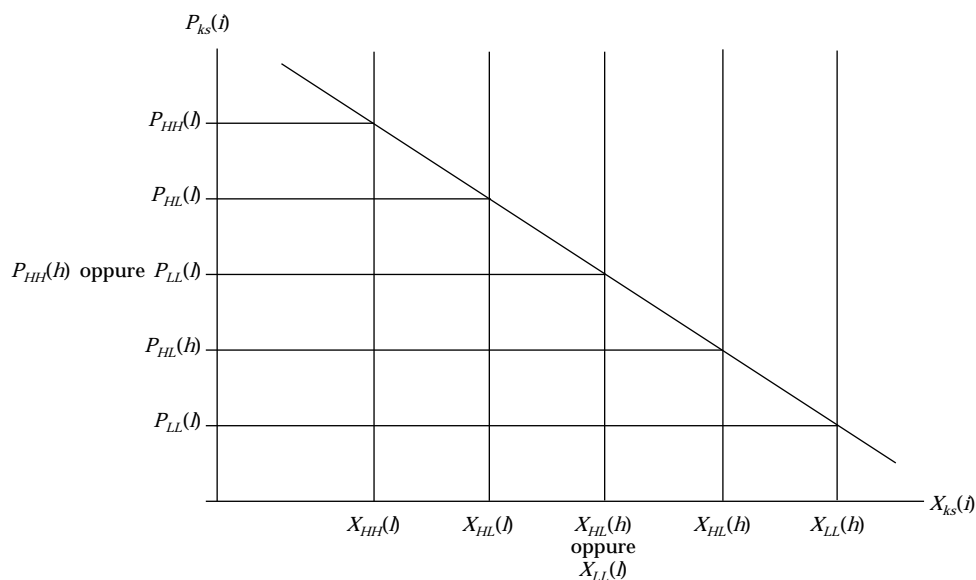
In questo modello, come in Bhattacharya e Nicodano (2001) (un solo *insider* con segnale perfetto), l'informazione trasmessa dai segnali non viene rivelata solamente quando gli *insider* riescono a mascherare la loro presenza. Tuttavia, anche quando l'informazione viene rivelata, gli agenti non-informati riescono a dedurre dai prezzi il tipo di segnale ricevuto dagli *insider* ma non il rendimento futuro dell'attività rischiosa a causa dell'imperfezione dei segnali. Essi non potranno avere mai la certezza che il rendimento futuro $\hat{\theta}$ sia maggiore o minore di 1.

Il grafico 1 mostra le partizioni degli stati aggregati, che vengono a determinarsi nel mercato secondario. È possibile notare che solo in uno di questi stati aggregati, $\{ILL\}$, gli *insider* riescono a mascherare la loro presenza. Tuttavia, la possibilità per gli agenti informati di ricevere un segnale errato impedisce agli *outsider* di capire attraverso i prezzi il rendimento futuro dell'attività rischiosa. In particolare, quando gli *insider* ricevono segnali differenti, gli agenti non informati hanno la medesima probabilità ($= 1/2$) di "indovinare" il rendimento futuro.

Nel paragrafo 2 dell'Appendice mostreremo che i profitti attesi degli *insider* sono più bassi quando l'imprecisione dei segnali è più elevata. Questo accade perché quando Ψ (indice di precisione del segnale) diminuisce, i guadagni attesi aumentano, a causa della maggiore incertezza trasferita agli *outsider*, ma ad un tasso di crescita più basso di quello che caratterizza le perdite attese.

GRAF. 1

MERCATO SECONDARIO DELL'ATTIVITÀ RISCHIOSA
IN PRESENZA DI *INSIDER TRADING*



Un altro importante contributo di questo modello riguarda la presenza di due agenti informati, ossia un oligopolio dell'informazione privata. Infatti, la possibilità per i due *insider* di agire non sempre nella stessa direzione crea due ulteriori partizioni degli stati aggregati. Queste permettono una migliore distribuzione dell'incertezza degli *outsider* tra questi stati. Quindi, la presenza di due stati aggregati intermedi riduce la probabilità di trovarsi in uno degli stati estremi in maniera incoerente con il rendimento futuro. Pertanto, è possibile concludere che, a parità di imperfezione dei segnali, la presenza di un agente informato aggiuntivo porta ad una più bassa incertezza per gli *outsider*, e di conseguenza ad un più elevato investimento rischioso, rispetto al caso di monopolio dell'informazione privata.

4. - Il volume di scambio

In questo paragrafo viene svolta l'analisi dei risultati numerici riguardanti il volume di scambio. Tale analisi si basa sul modello discusso nel precedente paragrafo con una particolare scelta per la caratterizzazione dei segnali.

$$(38) \quad \tilde{S}^1 = \tilde{\theta} + \varepsilon_1$$

$$(39) \quad \tilde{S}^2 = \tilde{\theta} + \varepsilon_2$$

I due termini di errore presentano la seguente distribuzione di probabilità:

$$(40) \quad \tilde{\varepsilon}_z = \begin{cases} x & \text{con prob. } \gamma \\ 0 & \text{con prob. } \beta \\ -x & \text{con prob. } \gamma \end{cases} \quad \text{per } z=1,2$$

dove:

$$(41) \quad x = \theta_H - \theta_L$$

In questo modo si ipotizza che $E(\tilde{\varepsilon}) = 0$ e di conseguenza il valore atteso del segnale sarà uguale al valore atteso (non condizionato) del rendimento futuro dell'attività rischiosa ($E(\tilde{S}) = E(\tilde{\theta})$).

Assumendo che i termini d'errore siano indipendenti tra di loro e rispetto al rendimento futuro dell'attività rischiosa:

$$(42) \quad \text{Corr}(\tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2) = 0 \quad \text{e} \quad \text{Corr}(\tilde{\varepsilon}_z, \tilde{\theta}) = 0 \quad \forall z$$

la distribuzione di probabilità del segnale risulta essere:

$$(43) \quad \tilde{S} = \begin{cases} S_H & \text{con prob. } \pi_H(\gamma + \beta) + \pi_L(\gamma) \\ S_L & \text{con prob. } \pi_L(\gamma + \beta) + \pi_H(\gamma) \end{cases}$$

Di conseguenza, il valore atteso condizionato del rendimento rischioso può essere riscritto come segue:

$$(44) \quad E(\tilde{\theta} | S_k) = \begin{cases} \theta_H \left(\frac{\pi_H(\gamma + \beta)}{\pi_H(\gamma + \beta) + \pi_L\gamma} \right) + \theta_L \left(\frac{\pi_L(\gamma)}{\pi_H(\gamma + \beta) + \pi_L\gamma} \right) & \text{per } k = H \\ \theta_L \left(\frac{\pi_L(\gamma + \beta)}{\pi_L(\gamma + \beta) + \pi_H\gamma} \right) + \theta_H \left(\frac{\pi_H(\gamma)}{\pi_L(\gamma + \beta) + \pi_H\gamma} \right) & \text{per } k = L \end{cases}$$

Inoltre, le probabilità congiunte risultano essere:

$$(45) \quad \Pr(\theta_j, S_k^1, S_s^2) = \begin{cases} \pi_j(\gamma + \beta)^2 & \text{se } k = j, s = j \\ \pi_j(\gamma)^2 & \text{se } k \neq j, s \neq j \\ \pi_j(\gamma + \beta)(\gamma) & \text{se } k = j, s \neq j \\ \pi_j(\gamma)(\gamma + \beta) & \text{se } k \neq j, s = j \end{cases} \quad \forall j$$

LEMMA 1

Data l'assunzione di indipendenza tra i termini d'errore, il coefficiente di correlazione tra segnali è pari a:

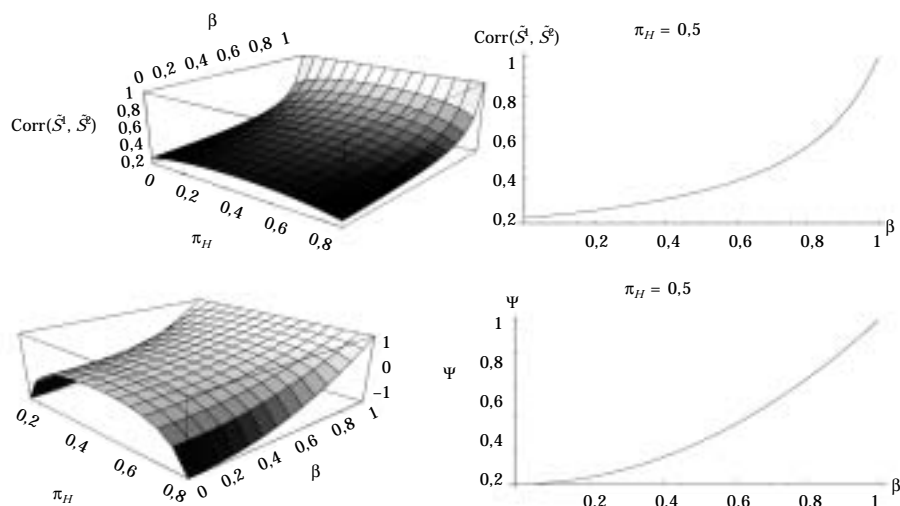
$$(46) \quad \text{Corr}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2) = \frac{\text{Cov}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2)}{\sigma_{\tilde{S}^1} \sigma_{\tilde{S}^2}} = \frac{\text{Var}(\tilde{\theta})}{\text{Var}(\tilde{S})}$$

Il coefficiente di correlazione tra i segnali può essere espresso come funzione delle probabilità che caratterizzano le due componenti stocastiche dei segnali ($\tilde{\theta}$ e $\tilde{\varepsilon}$):

$$(47) \quad \text{Corr}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2) = G(\pi, \beta)$$

GRAF. 2

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE E INDICE
DI PRECISIONE RELATIVA DEI SEGNALI



L'ipotesi di equiprobabilità *ex ante* della distribuzione del rendimento futuro dell'attività rischiosa ($\pi_H = \pi_L = 1/2$) fa sì che la correlazione tra i segnali sia funzione solo della distribuzione di probabilità del termine d'errore¹⁰:

$$(48) \quad \text{Corr}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2) = g(\beta)$$

Data l'ipotesi iniziale sui termini d'errore, ne consegue che la precisione dei segnali dei due agenti informati è la medesima. Quando $\beta = 1$ e $\gamma = 0$ l'equazione (44) mostra che $E(\tilde{\theta}_k | S_k) = \theta_k$, quindi la varianza condizionata del rendimento futuro è pari a 0 mentre l'indice di precisione relativa è pari ad 1. Al contrario, la varianza condizionata è uguale a quella non condizionata quando $\beta = 0$: in questo gli *insider* non sarebbero più informati rispetto agli *outsider*. Pertanto, per $\beta = 0$ la capacità del segnale di spie-

¹⁰ È possibile anche dimostrare che, per valori di $\beta < 1$, il coefficiente di correlazione tra i segnali $\text{Corr}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2)$ raggiunge il suo punto di massimo (nell'intervallo $[0, 1]$) proprio per $\pi = 1/2$. Tale risultato emerge anche dal grafico 2.

gare la variabilità del rendimento futuro è nulla, per $\beta = 1$ è perfetta.

L'indice di precisione relativa dei segnali può quindi essere espresso come funzione delle probabilità che caratterizzano le due componenti stocastiche dei segnali ($\tilde{\theta}$ e $\tilde{\varepsilon}$):

$$(49) \quad \Psi = F(\pi, \beta)$$

Quando $\pi = 1/2$ (e quindi $\pi_H = \pi_L$) l'indice di precisione relativa dei segnali è funzione solo della distribuzione di probabilità del termine d'errore¹¹:

$$(50) \quad \Psi = f(\beta)$$

LEMMA 2

Si dimostra che, per $\pi_H = \pi_L$, l'indice di precisione relativa è esattamente pari al quadrato di β :

$$(51) \quad \tilde{\Psi}_z = \beta^2$$

Le figure nel grafico 2 rappresentano le equazioni (47), (48), (49) e (50).

Inoltre, il Grafico 3 mostra esattamente ciò che è stato argomentato nella Proposizione 1: la strategia di offrire la metà della quantità del monopolista, date le ipotesi sul termine d'errore dei segnali, domina quella di offrire l'intera quantità. La curva a tratti brevi rappresenta il profitto atteso del singolo *insider* nel caso in cui offra Q^M , mentre la curva a tratti brevi in neretto rappresenta il profitto atteso del singolo *insider* nel caso in cui offra $Q^M/2$.

La curva a tratti lunghi e quella a tratti lunghi in neretto, invece, rappresentano il profitto aggregato dei due agenti informati rispettivamente nei due precedenti casi. La curva continua rappresenta il profitto atteso che otterrebbe un *insider* monopolista. Si noti, infine, come il profitto atteso aggregato ($E(\Pi^1) + E(\Pi^2)$),

¹¹ È possibile anche dimostrare che, per valori di $\beta < 1$, l'indice di precisione relativa dei segnali Ψ raggiunge il suo punto di massimo proprio per $\pi = 1/2$. Tale risultato emerge anche dal grafico 2.

nel caso in cui gli agenti informati giochino $Q^M/2$, è pari al profitto atteso del monopolista¹² ($E(\Pi^M)$).

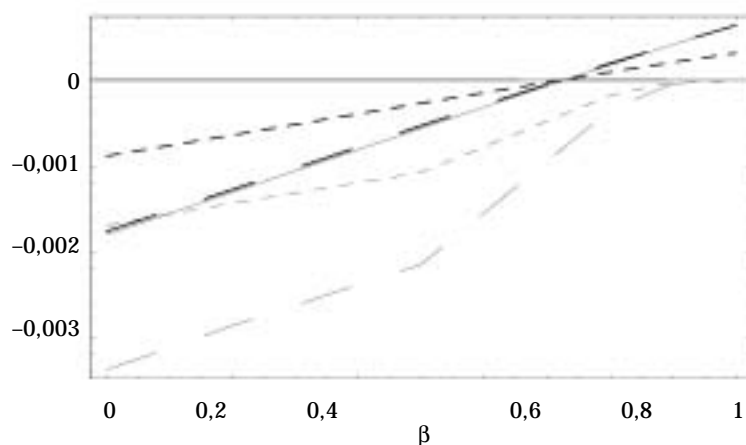
Le allocazioni di equilibrio sono state calcolate¹³ utilizzando i seguenti parametri:

$$\begin{aligned} \{\pi, q\} &= \{1/2, 1/2\} \\ \{\alpha_p, \alpha_h\} &= \{0,1, 0,15\}, \{0,9, 0,95\}, \{0,48, 0,53\}, \{0,45, 0,55\}, \{0,4, 0,6\} \\ \{\theta_L\} &\in \{0,75, 0,8, 0,85, 0,9, 0,95\} \\ \{\theta_H\} &= \{1,25, 1,3, 1,35, 1,4, 1,45, 1,5\} \\ U(C) &= -C^2 \end{aligned}$$

Nei prossimi paragrafi, verrà adottata la seguente notazione: K_T indica la scelta di investimento in assenza di *insider trading*, K_I in presenza di *insider trading*; $\tilde{\phi}$ e $\tilde{\zeta}$ indicano rispettivamente il volume di scambio totale e netto in presenza di *insider trading*, mentre ϕ il volume di scambio in assenza di *insider trading*.

GRAF. 3

PROFITTO ATTESO DI UN *INSIDER* OLIGOPOLISTA
ASSOCIATO A DIFFERENTI AZIONI STRATEGICHE
E GRADI DI IMPERFEZIONE DEL SEGNALE



¹² La non perfetta coincidenza tra la curva a tratti lunghi in neretto e quella continua è semplicemente dovuta ad errori non significativi che caratterizzano la risoluzione numerica.

¹³ Il modello è stato risolto numericamente utilizzando il software *MATHEMATICA* ©.

4.1 Volume di scambio totale

Il volume di scambio è pari alla quantità di attività rischiosa offerta dagli *outsider early-diers* più l'eventuale offerta aggregata dei due *insider* $\alpha_i(1 - K) + (Q_k^1 + Q_s^2)$, ovvero, data la condizione di *market clearing*, alla quantità domandata dagli *outsider late-diers* $(1 - \alpha_i)X_{ks}(i)$.

$$(52) \quad \tilde{\phi} = (1 - \alpha_i) X_{ks}(i) \quad \text{con prob. } q_i \Pr(S_k^1, S_s^2) \\ \forall i \in \{l, h\} \text{ e } \forall k, s \in \{L, H\}$$

Il valore atteso del volume di scambio totale in presenza di *insider trading* è pertanto pari a:

$$(53) \quad E(\tilde{\phi}) = \sum_{i=l,h} \sum_{k=L,H} \sum_{s=L,H} q_i \Pr(S_k^1, S_s^2) [(1 - \alpha_i) X_{ks}(i)]$$

Il valore atteso del volume di scambio in assenza di *insider trading* risulta, invece, essere pari a:

$$(54) \quad E(\tilde{\phi}) = \sum_{i=l,h} q_i [(1 - \alpha_i) X(i)]$$

La tavola 1 mostra il volume di scambio medio per le diverse combinazioni di aspettative sul rendimento dell'attività rischiosa, nei due casi di assenza e di presenza di due *insider* dotati di informazione imperfetta.

Dal confronto dei valori del volume medio trattato nei due diversi casi, emerge che il volume di scambio medio, a parità di aspettativa sul rendimento dell'attività rischiosa, è superiore se il mercato è caratterizzato dall'*insider trading*. Tale risultato emerge dal grafico 4 che riporta in ascissa i valori della prima tavola e in ordinata quelli della seconda: tutti i punti al di sopra della retta della bisettrice confermano il risultato appena mostrato. Inoltre, tale risultato continua a valere per segnali perfetti ($\beta = 1$).

Pertanto, il volume di scambio totale è più elevato di quello che si avrebbe in assenza di *insider trading*, indipendentemente dalla precisione del segnale. Questo risultato è coerente con quelli presentati in Cornell e Sirri (1992) e in Fische e Robe (2004).

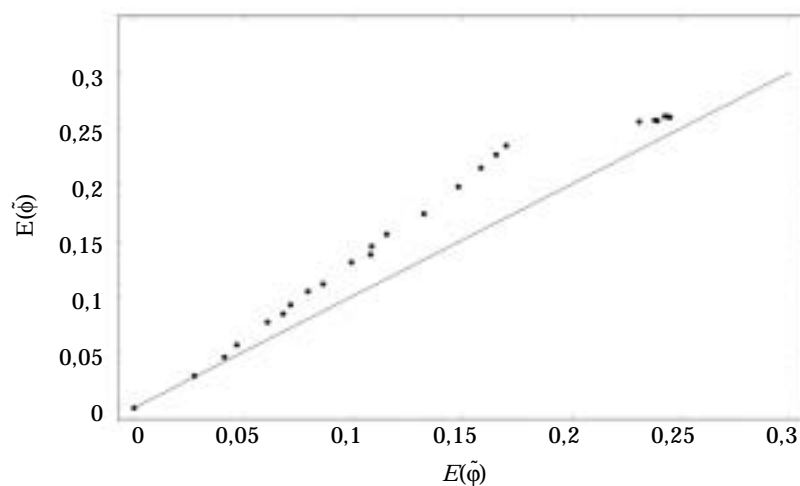
TAV. 1

VOLUME DI SCAMBIO TOTALE
 $(\alpha_l = 0,48, \alpha_h = 0,53, \beta = 0,9)$

θ_H/θ_L	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
volume medio trattato in assenza di <i>insider trading</i> - $E(\tilde{\phi})$					
1,25	$-1,74754 \cdot 10^{-8}$	0,041367	0,108205	0,231043	0,242763
1,30	0,0276199	0,0682261	0,132585	0,238161	0,243581
1,35	0,047003	0,0865377	0,14831	0,238688	0,244194
1,40	0,0610873	0,0994388	0,158698	0,239036	0,244638
1,45	0,0715835	0,108732	0,16562	0,239264	0,244947
1,50	0,0795511	0,115523	0,1702	0,239397	0,245145
volume medio totale trattato in presenza di <i>insider trading</i> - $E(\hat{\phi})$					
1,25	$9,06054 \cdot 10^{-7}$	0,0455224	0,137218	0,256038	0,260949
1,30	0,0286356	0,0840548	0,173621	0,25741	0,260757
1,35	0,0563092	0,110861	0,198001	0,257397	0,260575
1,40	0,0767099	0,130219	0,214813	0,25728	0,2604
1,45	0,0921857	0,144561	0,226574	0,257081	0,260234
1,50	0,104175	0,155373	0,234594	0,256817	0,260075
differenza dei volumi medi trattati - $E(\tilde{\phi}) - E(\hat{\phi})$					
1,25	$9,2553 \cdot 10^{-7}$	0,0041554	0,0290138	0,0249946	0,0181854
1,30	0,00101573	0,0158286	0,0410354	0,0192494	0,017176
1,35	0,00930625	0,0243234	0,0496909	0,0187089	0,016381
1,40	0,0156226	0,0307804	0,0561147	0,0182442	0,0157618
1,45	0,0206021	0,0358285	0,0609549	0,0178162	0,0152868
1,50	0,0246242	0,0398497	0,0643938	0,0174204	0,0149298

GRAF. 4

VOLUME DI SCAMBIO TOTALE



Nel paragrafo 3 dell'Appendice viene svolta un'analisi che cerca di cogliere in via analitica le condizioni che garantiscono il risultato appena mostrato.

4.2 Volume di scambio al netto dell'insider trading

Nel precedente sotto-paragrafo è stato trattato il volume di scambio totale, ovvero il volume scambiato sia dagli *outsider* che dai due *insider*. Ci si propone ora di analizzare il volume scambiato solamente dagli *outsider*. Questo tipo di analisi permette di capire come la presenza nel mercato di due agenti dotati di informazione privilegiata imperfetta influenzi le scelte di *trading*, e di conseguenza il volume, degli agenti non informati.

La distribuzione del volume di scambio al netto delle vendite degli *insider* può essere definita nel seguente modo:

$$(55) \quad \tilde{\zeta} = (1 - \alpha_i) X_{ks}(i) - (Q_k^1 + Q_s^2) \quad \text{con prob. } q \Pr(S_k^1, S_s^2) \\ \forall i \in \{l, h\} \text{ e } \forall k, s \in \{L, H\}$$

Di conseguenza, date le condizioni di *market clearing*, il volume di scambio medio netto risulta essere pari a:

$$(56) \quad E(\tilde{\zeta}) = (1 - K_T) E(\tilde{\alpha})$$

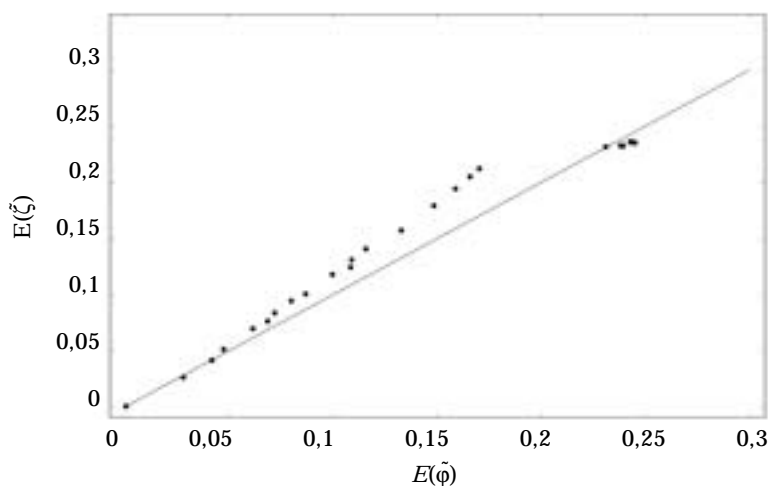
ossia pari all'offerta media di attività rischiosa nel mercato secondario da parte degli *outsider early-diers*. Poiché $E(\tilde{\varphi}) = (1 - K_T) E(\tilde{\alpha})$, la differenza tra i due volumi è data semplicemente dalla differenza tra le offerte medie dell'attività rischiosa nei due suddetti casi:

$$(57) \quad E(\tilde{\zeta}) - E(\tilde{\varphi}) = [\Delta(1 - K)] E(\tilde{\alpha})$$

Quindi, $E(\tilde{\zeta})$ sarà maggiore di $E(\tilde{\varphi})$, solo se la scelta di investimento nell'attività rischiosa da parte degli *outsider* è maggiore nel caso in cui vi sia informazione asimmetrica tra gli agenti. Il grafico 5 mostra che la differenza tra i volumi di scambio netti è per la maggior parte dei casi positiva.

GRAF. 5

VOLUME DI SCAMBIO NETTO



A differenza delle conclusioni raggiunte nel paragrafo 3 dell'Appendice,

1) è sufficiente e necessario che valga la seguente equazione:

$$(58) \quad \Delta (1 - K) > 0$$

affinché la differenza dei volumi al netto delle vendite dell'*insider* sia positiva, $E(\tilde{\zeta}) > E(\tilde{\varphi})$.

4.3 Volume di scambio netto e risk sharing

Poiché è stato dimostrato che l'aumento del volume di scambio netto (ovvero quello trattato dagli *outsider*) è dovuto ad un maggiore investimento da parte degli *outsider* nell'attività rischiosa, verrà analizzato in questo paragrafo il comportamento non univoco del suddetto investimento. La tavola 2 mostra che: a) per valori bassi di θ_L la differenza dei volumi di scambi netti è positiva ($E(\tilde{\zeta}) - E(\tilde{\varphi}) > 0$); b) per valori elevati di θ_L la differenza dei volumi di scambi netti è negativa ($E(\tilde{\zeta}) - E(\tilde{\varphi}) < 0$).

TAV. 2

VOLUME DI SCAMBIO NETTO
 $(\alpha_l = 0,48, \alpha_h = 0,53, \beta = 0,9)$

θ_H/θ_L	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
$E(\tilde{\zeta}) - E(\tilde{\varphi})$					
1,25	$8,3719 \cdot 10^{-7}$	-0,000182544	0,0159379	0,000596159	-0,00668108
1,30	-0,00171303	0,00781884	0,0244906	-0,00527989	-0,00767224
1,35	0,0039404	0,0137592	0,0308229	-0,00581917	-0,0084498
1,40	0,00831271	0,0183715	0,0356447	-0,00627268	-0,00905238
1,45	0,0118175	0,0220529	0,0393641	-0,00668166	-0,00951148
1,50	0,014697	0,0250438	0,0420388	-0,00705238	-0,00985346
$\Delta (1 - K)$					
1,25	$1,6578 \cdot 10^{-6}$	-0,000361474	0,0315602	0,00118051	-0,0132299
1,30	-0,00339214	0,0154829	0,0484963	-0,0104552	-0,0151926
1,35	0,00780277	0,0272459	0,0610354	-0,0115231	-0,0167323
1,40	0,0164608	0,0363791	0,0705835	-0,0124211	-0,0179255
1,45	0,0234011	0,0436692	0,0779487	-0,013231	-0,0188346
1,50	0,0291031	0,0495917	0,0832451	-0,0139651	-0,0195118

La spiegazione di questo comportamento va ricercata nel *risk sharing* tra gli agenti non informati. Se la redistribuzione del rischio tra gli *outsider* migliora in presenza di *insider trading*, allora l'investimento nell'attività rischiosa aumenta e di conseguenza anche il volume netto risulterà essere più elevato. Occorre ora spiegare perché il *risk sharing* migliora e perché tende a farlo sotto certe condizioni.

Innanzitutto, il *risk sharing* tende a migliorare se l'informazione presente nel mercato è maggiore e soprattutto più precisa. Considerando inizialmente, per maggior chiarezza, il caso di informazione perfetta, è possibile affermare che in un sottoinsieme degli stati aggregati venga rivelato con esattezza il rendimento futuro dell'attività rischiosa. Nel caso di assenza di *insider trading*, infatti, non potendo essere rivelata l'informazione su $\tilde{\theta}$ in alcun stato aggregato, gli *outsider late-diers* comprerebbero l'attività *long-term* pagando agli *outsider early-diers* il medesimo prezzo indipendentemente dalla sua futura realizzazione. In presenza di *insider trading*, invece, i suddetti agenti pagherebbero un prezzo elevato nel caso in cui l'informazione riveli un rendimento futuro elevato (*High*) e un prezzo basso in cui riveli un rendimento basso (*Low*).

La maggiore efficienza della redistribuzione del rischio¹⁴ (*risk sharing*) tra gli agenti *outsider*, possibile grazie alla presenza di *insider trading*, sta proprio nel fatto che i *late-diers* pagheranno al $t = 1$ un prezzo coerente con il rendimento futuro dell'attività rischiosa e quindi con il consumo al $t = 2$; in assenza di asimmetria informativa pagherebbero un prezzo troppo basso se $\tilde{\theta} = \theta_H$ e troppo elevato se $\tilde{\theta} = \theta_L$.

Introducendo ora l'imperfezione dei segnali, il *risk sharing* tenderà a migliorare solo se l'imperfezione del segnale non comporta un'incertezza per gli agenti non informati tale da compensare l'effetto positivo sopra descritto. Segnali molto imprecisi, infatti, significherebbero per gli *outsider* rischiare di pagare un prezzo molto elevato¹⁵ (coerente con un rendimento futuro di tipo *High*) e poi trovarsi di fronte ad un rendimento futuro di tipo *Low*. L'imprecisione dei segnali riduce, quindi, il beneficio di pagare un prezzo coerente con il rendimento futuro.

Nel paragrafo 4 è stato tuttavia mostrato che per valori di β all'incirca inferiori di 0,75 i due *insider* non sarebbero disposti a trattare nel mercato in quanto il loro profitto atteso risulterebbe negativo. Pertanto, è possibile affermare che l'imperfezione dei segnali riduce l'effetto positivo del *risk sharing* ma che non lo compensa totalmente in quanto per segnali troppo imprecisi gli agenti informati non entrerebbero nel mercato e di conseguenza si tornerebbe al caso di assenza di *insider trading*. La tavola 3 evidenzia, a questo proposito, l'andamento della differenza dell'investimento nell'attività rischiosa nei due casi di presenza e assenza di *insider trading*, in funzione dell'imprecisione dei segnali.

Occorre ora cogliere la motivazione per cui il volume di scambio netto diminuisce per valori elevati di θ_L . Per tale ragione è indispensabile, anche attraverso un'analisi grafica, studiare come vari la scelta di investimento nell'attività rischiosa in presenza e in assenza di *insider trading*.

¹⁴ È possibile definirla come "ridistribuzione non a somma zero", bensì "ridistribuzione a somma positiva".

¹⁵ E non un prezzo intermedio come quello che pagherebbe in assenza di *insider trading*.

TAV. 3

INVESTIMENTO RISCHIOSO E
INDICE DI PRECISIONE DEI SEGNALI
($\alpha_l = 0,48$, $\alpha_h = 0,53$)

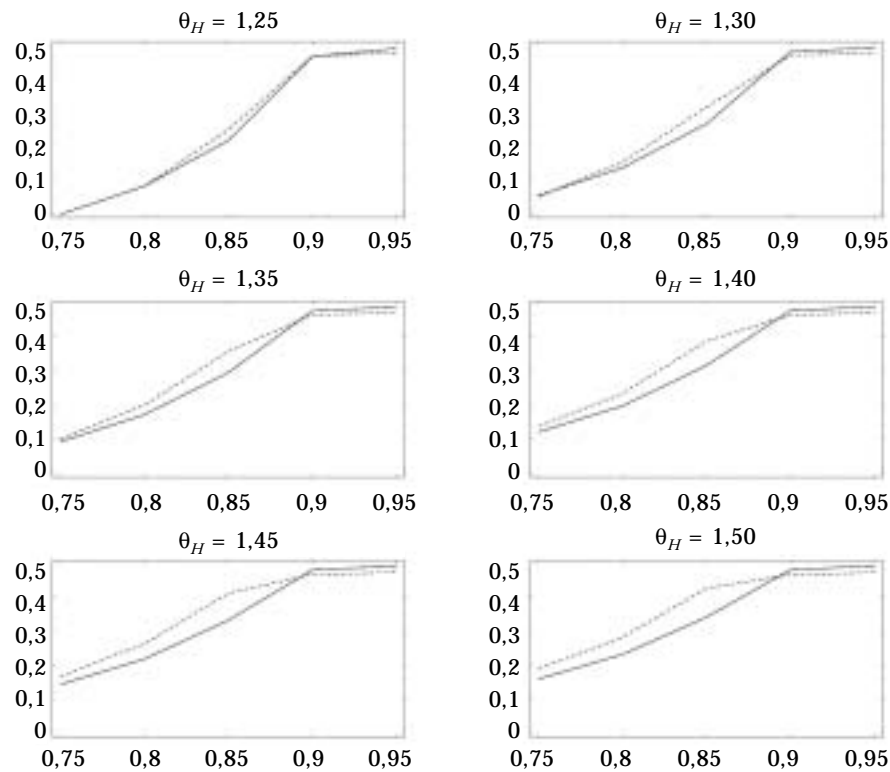
θ_H/θ_L	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
$\Delta (1 - K) - (\beta = 0,9)$					
1,25	$1,6578 \cdot 10^{-6}$	-0,000361474	0,0315602	0,00118051	-0,0132299
1,30	-0,00339214	0,0154829	0,0484963	-0,0104552	-0,0151926
1,35	0,00780277	0,0272459	0,0610354	-0,0115231	-0,0167323
1,40	0,0164608	0,0363791	0,0705835	-0,0124211	-0,0179255
1,45	0,0234011	0,0436692	0,0779487	-0,013231	-0,0188346
1,50	0,0291031	0,0495917	0,0832451	-0,0139651	-0,0195118
$\Delta (1 - K) - (\beta = 0,75)$					
1,25	$4,72377 \cdot 10^{-6}$	-0,00181671	0,0205797	-0,00234768	-0,0140501
1,30	-0,00368648	0,00957682	0,0325673	-0,0120245	-0,0157694
1,35	0,00436931	0,0179802	0,0412361	-0,0129251	-0,0171822
1,40	0,0105801	0,0244264	0,0476295	-0,0136905	-0,0182743
1,45	0,0155227	0,0294851	0,0523801	-0,0143787	-0,0191044
1,50	0,0195411	0,0335047	0,0558867	-0,0150008	-0,019721
$\Delta (1 - K) - (\beta = 0,5)$					
1,25	0,0000168313	-0,00453575	0,00320091	-0,00796403	-0,0169672
1,30	-0,00452359	0,000054263	0,00788671	-0,0186949	-0,0170916
1,35	-0,00128368	0,00340929	0,0111084	-0,0172023	-0,0175579
1,40	0,00121538	0,0059151	0,0133537	-0,0160331	-0,0184745
1,45	0,00317657	0,00780947	0,0149136	-0,00152129	-0,0191661
1,50	0,00473203	0,00925065	0,015993	-0,0154842	-0,0196735

Le figure del grafico 6 mostrano, a parità di θ_H , l'andamento di $(1 - K_T)$ (curva continua) e di $(1 - K_I)$ (curva tratteggiata) al crescere di θ_L . Naturalmente, tale analisi vale per tutti i valori di β tale per cui gli agenti *insider* abbiano incentivo ad entrare nel mercato.

Per prima cosa, occorre sottolineare come, in assenza di *insider trading*, l'aumento di θ_L provochi aumenti via via crescenti del livello di investimento nell'attività rischiosa, ma che per valori di θ_L prossimi all'unità, il tasso di crescita di tale investimento si riduce notevolmente. Questo fenomeno è dovuto al semplice fatto che per valori elevati di θ_L l'investimento nell'attività *long-term* ha già raggiunto, a sua volta, livelli molto elevati e quindi gli ulteriori incrementi di θ_L comportano un beneficio positivo ma via via decrescente. Dalle figure, infatti, emerge chiaramente che tale «punto di svolta» si verifica per $\theta_L \geq 0,9$.

GRAF. 6

SCELTE DI INVESTIMENTO NELL'ATTIVITÀ RISCHIOSA
($\beta = 0,9$)



Pertanto è possibile affermare che:

$$(59) \quad \frac{\partial(1-K_T)}{\partial\theta_L} \Big|_{\forall\theta_L} > 0$$

$$(60) \quad \left[\frac{\partial(1-K_T)}{\partial\theta_L} \Big|_{\theta_L < x} \right] > \left[\frac{\partial(1-K_T)}{\partial\theta_L} \Big|_{\theta_L \geq x} \right]$$

Ora, il fatto che gli *outsider late-diers* abbiano un'elevata probabilità di pagare un prezzo coerente con il rendimento futuro

dell'attività rischiosa e quindi con il consumo al $t = 2$, conduce ad un investimento nell'attività rischiosa più elevato, o più precisamente, tanto più elevato quanto più alta è la suddetta probabilità. Tuttavia, questo effetto si riduce notevolmente per valori elevati di θ_L .

Se, infatti, θ_L aumentasse, a parità di θ_H e qualora si dovesse realizzare un rendimento futuro di tipo *Low*, gli agenti non informati avrebbero sì un'elevata probabilità di pagare un prezzo coerente con tale rendimento ma via via più vicino al prezzo che avrebbero pagato in assenza di *insider trading*¹⁶. Pertanto, per valori elevati di θ_L l'effetto del *risk sharing* sul livello di investimento rischioso risulta essere decisamente più debole.

Inoltre, l'investimento nell'attività *long-term*, essendo "spinto" dal *risk sharing*, raggiungerà prima quei valori elevati, per i quali ulteriori incrementi di θ_L comportano un beneficio positivo ma via via decrescente¹⁷. Il «punto di svolta» in presenza di *insider trading* avverrà, quindi, per un valore di θ_L inferiore a quello che caratterizza il caso precedentemente illustrato (ossia il caso di assenza di informazione *insider*). Pertanto, a seconda del valore di θ_L , emergono le seguenti relazioni:

$$(61) \quad \frac{\partial(1 - K_I)}{\partial\theta_L} \Big|_{\forall\theta_L} > 0$$

$$(62) \quad \left[\frac{\partial(1 - K_I)}{\partial\theta_L} \Big|_{\theta_L < y} \right] > \left[\frac{\partial(1 - K_T)}{\partial\theta_L} \Big|_{\theta_L < y} \right] \text{ per } y < x$$

$$(63) \quad \left[\frac{\partial(1 - K_I)}{\partial\theta_L} \Big|_{y < \theta_L < x} \right] < \left[\frac{\partial(1 - K_T)}{\partial\theta_L} \Big|_{y < \theta_L < x} \right]$$

$$(64) \quad \left[\frac{\partial(1 - K_I)}{\partial\theta_L} \Big|_{\theta_L > x} \right] \equiv \left[\frac{\partial(1 - K_T)}{\partial\theta_L} \Big|_{\theta_L > x} \right]$$

¹⁶ Più è basso θ_L , maggiore è l'incremento di benessere derivante dall'arrivo di informazione.

¹⁷ Tale effetto è tanto più forte quanto più elevato è θ_H .

Infine, il fatto che, per valori di $\theta > x$, $(1 - K_T)$ sia superiore a $(1 - K)$ sta a significare che nell'intervallo $y < \theta_L < x$, l'investimento rischioso in assenza di *insider trading* non solo è cresciuto più di quello in presenza di *trading* informato, bensì lo ha addirittura "superato".

Da questa analisi è emerso, quindi, che il *risk sharing* riesce a spiegare come il volume di scambio netto sia più elevato in presenza di *insider trading*, nonostante l'imperfezione dell'informazione.

4.4 Volume di scambio e imperfezione dei segnali

Quest'ultimo paragrafo mette in evidenza l'effetto che l'imprecisione del segnale ha sul volume di scambio (totale e netto).

4.4.1 Volume di scambio netto

Per quanto concerne il volume di scambio netto è stato dimostrato che la differenza tra tale volume e quello in assenza di *insider trading* altro non è che la differenza di offerta media di attività rischiosa nel mercato secondario (all'*interim stage*).

$$(65) \quad E(\tilde{\zeta}) - E(\tilde{\varphi}) = [\Delta(1 - K)] E(\tilde{\alpha})$$

Inoltre, nel paragrafo relativo al *risk sharing* è stato messo in mostra come un segnale più impreciso riduca l'investimento nell'attività rischiosa in presenza di *insider trading*, e di conseguenza la differenza tra tale investimento e quello che si avrebbe in assenza di informazione asimmetrica:

$$(66) \quad \frac{\partial \Delta(1 - K)}{\partial \beta} > 0$$

Questo fenomeno, come è già stato argomentato, è dovuto al-

la maggiore incertezza per gli *outsider* che si trovano di fronte a dei prezzi che potrebbero anche incorporare un'informazione errata sul rendimento futuro dell'attività rischiosa. Maggiore è l'imprecisione dei segnali degli *insider*, maggiore sarà la probabilità che i prezzi trasmettano un'informazione sbagliata.

Ora, poiché $E(\tilde{\alpha})$ non è influenzata dalla precisione del segnale, allora è possibile concludere che:

$$(67) \quad \frac{\partial [E(\tilde{\xi}) - E(\tilde{\phi})]}{\partial \beta} > 0$$

ossia che la differenza tra i volumi di scambio netti sarà tanto maggiore quanto più elevata è la precisione dei segnali.

4.4.2 Volume di scambio totale

Per quanto riguarda il volume di scambio totale occorre anticipare l'equazione (113), sviluppata nel paragrafo 3 dell'*Appendice*, che rappresenta la condizione necessaria e sufficiente affinché la differenza tra i volumi di scambio sia positiva.

$$(68) \quad (1 - K_I) > (1 - K_T) \cdot \left(\frac{1 + \Omega}{\Omega} \right) \text{ con : } 0 < \frac{1 + \Omega}{\Omega} < 1$$

Se si mantiene l'ipotesi di equiprobabilità sul rendimento futuro dell'attività rischiosa ($\pi_H = \pi_L$), allora:

$$(69) \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = 0$$

Quindi, sapendo che:

$$(70) \quad \frac{\partial (1 - K_I)}{\partial \beta} > 0$$

è possibile concludere che l'incremento di imprecisione del segnale dell'*insider* riduce la differenza tra il volume di scambio totale in presenza di *insider trading* e quello in assenza di informazione asimmetrica:

$$(71) \quad \frac{\partial [E(\tilde{\phi}) - E(\bar{\phi})]}{\partial \beta} > 0$$

Analizzando i risultati numerici si nota che la suddetta differenza, sebbene si riduca, rimane positiva per ogni valore di β . Pertanto, anche all'aumentare dell'imprecisione dei segnali dei due agenti informati, la quantità complessiva trattata nel mercato risulta essere sempre superiore se tale mercato è caratterizzato dalla presenza di *insider trading*.

5. - Conclusioni

Un modello di *insider trading* è stato utilizzato per analizzare il comportamento del volume di scambio in mercati finanziari caratterizzati dalla presenza di informazione asimmetrica. Questo modello estende quello sviluppato da Bhattacharya e Nicodano (2001), introducendo la competizione tra gli agenti informati e l'imperfezione dei segnali da loro ricevuti.

Per quanto concerne il volume di scambio totale, questo risulta essere sempre superiore a quello scambiato in assenza di *insider trading*. Inoltre, la possibilità di modellare gli agenti non informati come agenti dotati di preferenze ben specificate permette di capire se la consapevolezza di operare in un mercato oggetto di *insider trading* porti ad un aumento o ad una riduzione della quantità trattata da tali agenti. In questo lavoro si è dimostrato che il volume di scambio al netto dell'*insider trading* altro non è che l'offerta media di attività rischiosa da parte degli *outsider early-diers*, ossia da parte degli agenti non informati che hanno subito lo *shock* di liquidità. Poiché tale volume è proporzionale all'investimento rischioso da parte degli *outsider*, sono state

ricercate le condizioni che giustifichino un incremento del suddetto investimento.

Contrariamente alle implicazioni dei modelli di *adverse selection*, e coerentemente con i risultati empirici, l'investimento nell'attività rischiosa è, nella maggioranza dei casi, maggiore se nel mercato vi è informazione asimmetrica. Più precisamente, la differenza di investimento è leggermente negativa solamente per valori elevati del rendimento futuro di tipo *Low*. Vi è una chiara spiegazione di questo risultato, che si basa sulla maggiore ridistribuzione del rischio tra gli agenti non informati (*risk sharing*).

Il maggior *risk sharing* è dovuto al fatto che, in presenza di *insider trading*, l'informazione rivelata dai prezzi al mercato sia maggiore e soprattutto più precisa. Infatti, in un sottoinsieme degli stati aggregati, il rendimento futuro dell'attività rischiosa viene rivelato con esattezza, nel caso di segnali perfetti, e ha un'alta probabilità di essere rivelato con esattezza, nel caso in cui i segnali siano imperfetti. Pertanto, in presenza di *trading* informato, gli *outsider late-diers* (quelli che non subiscono lo *shock* di liquidità e che quindi comperano attività rischiose nel mercato secondario) pagherebbero un prezzo coerente con la realizzazione futura del rendimento. Nel caso di assenza di *insider trading*, invece, pagherebbero il medesimo prezzo (un prezzo intermedio) indipendente dalla realizzazione futura del rendimento dell'attività rischiosa.

Come già accennato, l'imperfezione del segnale comporta un investimento rischioso inferiore al caso di perfezione dell'informazione privata. Questo è dovuto alla maggiore incertezza per gli agenti non informati, i quali potrebbero dedurre dai prezzi un errato rendimento rischioso futuro a causa dell'imperfezione dei segnali degli agenti *insider*.

Un altro risultato importante riguarda l'investimento rischioso e il volume di scambio netto nei casi di monopolio e oligopolio dell'informazione privilegiata. Ciò che si osserva è che, a parità di imperfezione dei segnali, l'investimento rischioso da parte degli agenti non informati è superiore se nel mercato vi sono due agenti *insider*, anziché uno solo. Questo è dovuto al maggiore numero di stati aggregati possibili che di conseguenza riducono la

probabilità per gli *outsider late-diers* di trovarsi in uno degli stati aggregati estremi in maniera incoerente con il rendimento futuro dell'attività rischiosa. Infatti, in presenza di due *insider* con informazione imperfetta vi sono due stati aggregati aggiuntivi, che rappresentano i casi in cui solamente uno dei due è entrato nel mercato.

Tale modello è basato sull'ipotesi di neutralità al rischio degli agenti informati; rimuovendo tale assunzione, si eviterebbe che tali agenti possano essere allo stesso tempo *insider* e assicuratori. Inoltre, un interessante sviluppo di questo lavoro potrebbe essere quello di modificare le preferenze degli agenti non informati, come in Bhattacharya e Gale (1987).

APPENDICE**1. - Dimostrazioni**1.1 *Dimostrazione del Lemma 1*

$$(72) \quad \text{Cov}(XY) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$(73) \quad \text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Pertanto, la covarianza tra i due segnali, quindi, sarà pari a:

$$(74) \quad \text{Cov}(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2) = E(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2) - E(\tilde{S}^1) E(\tilde{S}^2)$$

Esplicitando $E(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2)$ si ottiene che:

$$(75) \quad E(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2) = E(\tilde{\theta}^2) + E(\tilde{\theta})E(\tilde{\epsilon}_1) + E(\tilde{\theta})E(\tilde{\epsilon}_2) + E(\tilde{\epsilon}_1)E(\tilde{\epsilon}_2)$$

Poiché:

$$(76) \quad E(\tilde{\epsilon}) = 0$$

$$(77) \quad E(\tilde{S}) = E(\tilde{\theta})$$

allora:

$$(78) \quad E(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2) = E(\tilde{\theta}^2)$$

$$(79) \quad E(\tilde{S}^1)E(\tilde{S}^2) = E(\tilde{\theta})^2$$

Pertanto:

$$(80) \quad \text{Cov}(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2) = E(\tilde{\theta}^2) - E(\tilde{\theta})^2$$

$$(81) \quad \text{Cov}(\tilde{S}^1 \tilde{S}^2) = \text{Var}(\tilde{\theta})$$

Inoltre, essendo $\sigma_{\tilde{S}^1} = \sigma_{\tilde{S}^2}$,

$$(82) \quad \sigma_{\tilde{S}^1} = \sigma_{\tilde{S}^2} = \text{Var}(\tilde{S})$$

Si è dimostrato, quindi, che:

$$(83) \quad \text{Corr}(\tilde{S}^1, \tilde{S}^2) = \frac{\text{Var}(\tilde{\theta})}{\text{Var}(\tilde{S})}$$

con:

$$(84) \quad \text{Var}(\tilde{S}) = \text{Var}(\tilde{\theta}) + \text{Var}(\tilde{\varepsilon})$$

1.2 Dimostrazione del Lemma 2

Data l'ipotesi di equiprobabilità *ex ante* della distribuzione del rendimento futuro dell'attività rischiosa ($\pi = 1/2$):

$$(85) \quad E(\tilde{\theta}) = \frac{1}{2} \sum_{j=L,H} \theta_j$$

$$(86) \quad E(\tilde{\theta}|S_k) = \sum_{j=L,H} \theta_j \Pr(\theta_j|S_k)$$

$$(87) \quad \begin{aligned} \text{Var}(\tilde{\theta}) &= \frac{1}{2} \sum_{j=L,H} (\theta_j - E(\tilde{\theta}))^2 \\ &= \frac{1}{4} (\theta_H - \theta_L)^2 \end{aligned}$$

$$(88) \quad \begin{aligned} \text{Var}(\tilde{\theta}|S_k) &= \sum_{j=L,H} (\theta_j - E(\tilde{\theta}|S_k))^2 \Pr(\theta_j|S_k) \\ &= \frac{1}{4} (1 - \beta^2) (\theta_H - \theta_L)^2 \end{aligned}$$

$$\Psi = 1 - \left(\frac{\text{Var}(\tilde{\theta}|S_k)}{\text{Var}(\tilde{\theta})} \right)$$

$$\begin{aligned}
 (89) \quad &= 1 - \left(\frac{\frac{1}{4}(1-\beta^2)(\theta_H - \theta_L)^2}{\frac{1}{4}(\theta_H - \theta_L)^2} \right) \\
 &= \beta^2
 \end{aligned}$$

2. - Profitto atteso degli agenti *insider*

Occorre ora vedere se e in che modo la maggiore insicurezza degli agenti *outsider* possa avvantaggiare gli agenti informati. Il profitto atteso del singolo *insider* può essere diviso in due parti, il guadagno atteso ($E(\Gamma)$), ottenibile nel caso in cui il segnale sia concorde con il rendimento futuro, e la perdita attesa ($E(Y)$), realizzabile nel caso in cui il segnale indichi un rendimento futuro diverso da quello effettivo.

Data la simmetria dei segnali, possiamo incentrare la nostra analisi solamente su uno dei due agenti informati.

$$(90) \quad E(\Pi^1) = E(\Gamma^1) - E(Y^1)$$

dove:

$$(91) \quad E(\Gamma^1) = \sum_{i=l,h} \sum_{s=L,H} q_i \left[(P_{Ls}(i) - \theta_L) Q^1 \cdot \Pr(\theta_L, S_L^1, S_s^2) \right]$$

$$(92) \quad E(Y^1) = \sum_{i=l,h} \sum_{s=L,H} q_i \left[(P_{Ls}(i) - \theta_H) Q^1 \cdot \Pr(\theta_H, S_L^1, S_s^2) \right]$$

Per quanto riguarda invece il corrispondente modello con informazione perfetta, $\psi = 1$, (denotato con p):

$$(93) \quad E(\Pi_p^1) = E(\Gamma_p^1) - E(Y_p^1)$$

dove:

$$(94) \quad E(\Gamma_p^1) = \sum_{i=l,h} q_i \left[\left(P_{LL}(i)_p - \theta_L \right) Q_p^1 \cdot \Pr(\theta_L, S_L^1, S_L^2) \right]$$

$$(95) \quad E(Y_p^1) = 0$$

Dall'analisi dei risultati numerici di entrambi i suddetti modelli emerge che:

$$(96) \quad E(\Gamma) > E(\Pi_p)$$

$$(97) \quad E(\Pi) < E(\Pi_p)$$

Il guadagno atteso nel caso di informazione imperfetta è maggiore del profitto atteso nel caso di informazione perfetta¹⁸, ma che le perdite attese più che compensano tale guadagno, rendendo così il profitto atteso sempre inferiore a quello associato ad un segnale perfetto. Il fatto che l'informazione non venga mai rivelata con certezza rappresenta un vantaggio per il monopolista in termini di un maggior guadagno atteso; tuttavia l'imperfezione del segnale ha anche un effetto negativo, ovvero la possibilità che il segnale sia discorde rispetto al rendimento futuro e quindi la possibilità di avere delle perdite.

Di seguito vengono presentati i risultati di un'analisi che mette a confronto il guadagno, le perdite e il profitto attesi, ottenuti da un *insider* che opera in un mercato oligopolistico con informazione imperfetta, al variare dell'imperfezione del segnale, utilizzando come *benchmark* il profitto atteso di un *insider* che opera ugualmente in un mercato oligopolistico ma con informazione perfetta. All'aumentare dell'imperfezione del segnale (ovvero al tendere di β a 0) il guadagno atteso del monopolista tende ad aumentare, grazie alla maggiore insicurezza trasferita agli *outsider*, ma ad un tasso di crescita minore di quello che caratterizza la perdita attesa.

¹⁸ Il guadagno atteso nel caso di informazione imperfetta è di conseguenza maggiore anche del guadagno atteso nel caso di informazione perfetta in quanto la perdita attesa, se il segnale è perfetto, è sempre nulla.

$$(98) \quad \frac{\partial E(\Gamma)}{\partial \beta} < 0; \quad \frac{\partial E(Y)}{\partial \beta} < 0$$

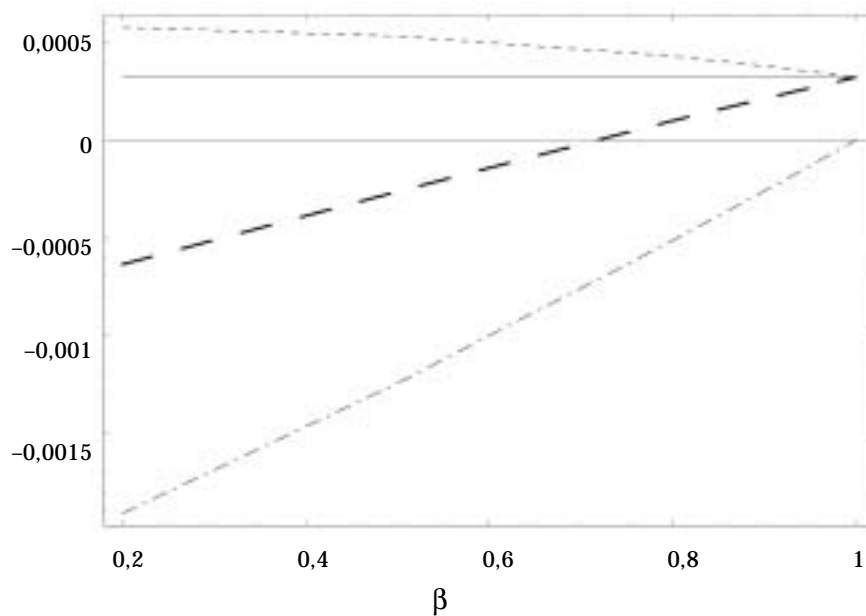
$$(99) \quad \left| \frac{\partial E(\Gamma)}{\partial \beta} \right| < \left| \frac{\partial E(Y)}{\partial \beta} \right|$$

$$(100) \quad \frac{\partial E(\Pi)}{\partial \beta} > 0$$

Il grafico 7 mostra proprio che, a parità di altre condizioni, il profitto atteso di un *insider* oligopolista raggiunge il suo punto di massimo in corrispondenza di un segnale perfetto ($\Psi = 1$). Il *benchmark* è rappresentato dalla linea nera orizzontale, il guada-

GRAF. 7

DETERMINANTI DEL PROFITTO ATTESO DI UN *INSIDER*
OLIGOPOLISTA AL VARIARE DELL'IMPERFEZIONE DEL SEGNALE



gno atteso dalla curva blu, la perdita attesa da quella rossa e il profitto atteso da quella verde.

3. - Formulazione analitica del volume di scambio

Uno sviluppo di tipo analitico consente di poter confermare e interpretare meglio i risultati ottenuti dalla risoluzione numerica del modello in questione. Utilizzando le equazioni (54) e (53) si ottengono le funzioni del volume di scambio totale, nei casi di assenza e presenza di *insider trading*, rispetto alle decisioni di investimento rischioso degli *outsider*.

$$(101) \quad E(\tilde{\phi}) = (1 - K_I) E(\tilde{\alpha})$$

$$(102) \quad E(\tilde{\phi}) = (1 - K_I) E(\tilde{\alpha}) + E(\tilde{Q}_A)$$

dove Q_A è l'ammontare aggregato di attività rischiosa venduta dai due *insider*: $Q_A = Q_k^1 + Q_s^2 \forall k, s \in \{L, H\}$. Il volume di scambio medio in presenza di *insider trading* non è altro che la somma dell'offerta media degli *outsider early-diers* e di quella degli *insider*¹⁹.

Esprimendo il volume di scambio in presenza di *insider trading* unicamente in funzione dell'investimento nell'attività rischiosa, si ottiene:

$$(103) \quad E(\tilde{\phi}) = (1 - K_I) \left[\alpha_h + \left(\frac{(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)}{(1 - \alpha_h)} - q_I \right) (\alpha_h - \alpha_l) \right]$$

con:

$$Q_A = (1 - K_I) \frac{(\alpha_h - \alpha_l)}{(1 - \alpha_h)}$$

Considerando la derivata prima del volume di scambio rispetto all'investimento nell'attività rischiosa, si osserva che:

¹⁹ L'offerta media degli agenti informati, $E(\tilde{Q}_A)$, è pari a: $(Q^1 + Q^2) \cdot \Pr(S_L^1, S_L^2) + Q^1 \Pr(S_L^1, S_H^2) + Q^2 \Pr(S_H^1, S_L^2) + 0 \cdot \Pr(S_H^1, S_H^2)$.

$$(104) \quad \frac{\partial E(\tilde{\phi})}{\partial(1-K_I)} > 0$$

$$(105) \quad \frac{\partial E(\tilde{\phi})}{\partial(1-K_I)} > \frac{\partial E(\tilde{\phi})}{\partial(1-K_T)}$$

Occorre ora analizzare la differenza dei volumi di scambio in presenza e in assenza di *insider trading*.

$$(106) \quad \begin{aligned} E(\tilde{\phi}) - E(\tilde{\phi}) &= (1-K_I) \left[\alpha_h + \left(\frac{(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)}{(1-\alpha_h)} - q_I \right) (\alpha_h - \alpha_I) \right] + \\ &\quad - (1-K_T) [\alpha_h - q_I(\alpha_h - \alpha_I)] \\ &= (1-K_T) \left[\frac{(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)}{(1-\alpha_h)} (\alpha_h - \alpha_I) \right] + \\ &\quad + \Delta(1-K) \left[\alpha_h + \left(\frac{(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)}{(1-\alpha_h)} - q_I \right) (\alpha_h - \alpha_I) \right] \end{aligned}$$

Le seguenti considerazioni nascono dall'analisi dell'equazione (106): 1) se $\Delta(1-K) = 0$, allora il volume di scambio in presenza di *insider trading* è sempre maggiore del volume in assenza di agenti informati; 2) se $\Delta(1-K) > 0$, allora il volume di scambio in presenza di *insider trading* è sempre maggiore del volume in assenza di agenti informati; 3) se $\Delta(1-K) < 0$, allora la differenza tra i volumi di scambio sarà positiva ($E(\tilde{\phi}) > E(\tilde{\phi})$) se:

$$(107) \quad \Delta(1-K) > (1-K_T) \left[- \frac{(1-\alpha_h)(\alpha_h - q_I(\alpha_h - \alpha_I))}{(\alpha_h - \alpha_I)(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)} - 1 \right]^{-1}$$

e negativa ($E(\tilde{\phi}) > E(\tilde{\phi})$) se:

$$(108) \quad \Delta(1-K) < (1-K_T) \left[-\frac{(1-\alpha_h)(\alpha_h - q_l(\alpha_h - \alpha_l))}{(\alpha_h - \alpha_l)(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)} - 1 \right]^{-1}$$

Soffermandosi sul terzo caso e considerando

$$(109) \quad \Omega \equiv \left[-\frac{(1-\alpha_h)(\alpha_h - q_l(\alpha_h - \alpha_l))}{(\alpha_h - \alpha_l)(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)} - 1 \right]$$

è importante precisare come Ω sia sempre negativo (e ≤ -1) condizionatamente ai tre vincoli su α_i , $i \in \{l, h\}$:

$$\alpha_l > 0; \alpha_h > 0; \alpha_h > \alpha_l$$

È possibile, inoltre, osservare che le derivate della differenza dei volumi di scambio rispetto all'investimento nell'attività rischiosa in assenza di *insider trading* e rispetto alla differenza delle scelte di investimento nella suddetta attività sono entrambe positive:

$$(110) \quad \frac{\partial [E(\tilde{\phi}) - E(\tilde{\psi})]}{\partial(1-K_T)} = \frac{(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)}{(1-\alpha_h)} (\alpha_h - \alpha_l) > 0$$

$$(111) \quad \frac{\partial [E(\tilde{\phi}) - E(\tilde{\psi})]}{\partial\Delta(1-K)} = \left[\alpha_h + \left(\frac{(\beta\pi_L + \gamma)(\beta + 2\gamma)}{(1-\alpha_h)} - q_l \right) (\alpha_h - \alpha_l) \right]$$

La tavola 4 e le figure del grafico 8 riportano le differenze dei volumi di scambio (curva continua) e le differenze di investimento nell'attività rischiosa (curva tratteggiata).

Attraverso l'analisi svolta sulle componenti che determinano i volumi di scambio, si perviene ai seguenti risultati:

1) è sufficiente ma non necessario, affinché la differenza dei volumi sia positiva, $E(\tilde{\phi}) > E(\tilde{\psi})$, che valga la seguente equazione:

$$(112) \quad \Delta(1-K) \geq 0$$

2) è sufficiente e necessario, affinché la differenza dei volumi sia positiva, $E(\tilde{\phi}) > E(\tilde{\varphi})$, che valga la seguente equazione:

$$(113) \quad (1 - K_I) > (1 - K_T) \cdot \left(\frac{1 + \Omega}{\Omega} \right)$$

con:

$$0 < \frac{1 + \Omega}{\Omega} < 1$$

Questi risultati, tuttavia, non possono essere espressi in funzione delle variabili esogene del modello in quanto la risoluzione di quest'ultimo è stata svolta per via numerica.

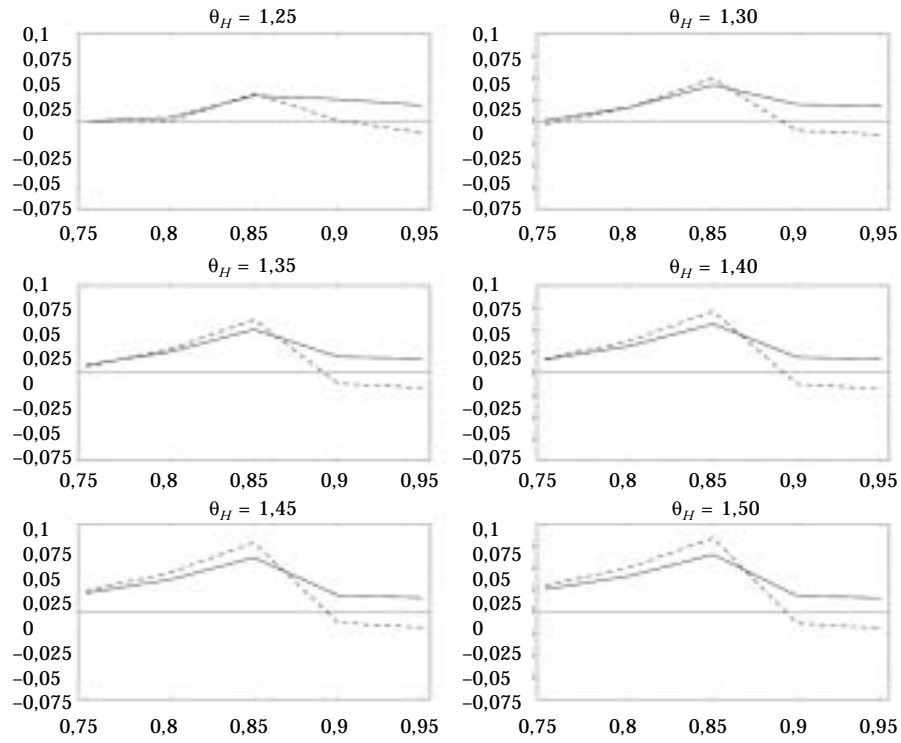
TAV. 4

VOLUMI DI SCAMBIO E INVESTIMENTO RISCHIOSO
($\alpha_I = 0,48$, $\alpha_h = 0,53$, $\beta = 0,9$)

θ_H/θ_L	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
differenza dei volumi medi trattati - $E(\tilde{\phi}) - E(\tilde{\varphi})$					
1,25	9,2353·10 ⁻⁷	0,0041554	0,0290138	0,0249946	0,0181854
1,30	0,00101573	0,0158286	0,0410354	0,0192494	0,017176
1,35	0,00930625	0,0243234	0,0496909	0,0187089	0,016381
1,40	0,0156226	0,0307804	0,0561147	0,0182442	0,0157618
1,45	0,0206021	0,0358285	0,0609549	0,0178162	0,0152868
1,50	0,0246242	0,0398497	0,0643938	0,0174204	0,0149298
investimento rischioso in assenza di <i>insider trading</i> - $(1 - K_T)$					
1,25	-3,46048·10 ⁻⁸	0,0819148	0,214266	0,457511	0,48072
1,30	0,0546928	0,135101	0,262545	0,471606	0,482339
1,35	0,0930752	0,171362	0,293684	0,47265	0,483552
1,40	0,120965	0,196909	0,314254	0,473338	0,484432
1,45	0,14175	0,215311	0,327959	0,473791	0,485043
1,50	0,157527	0,228759	0,33703	0,474053	0,485437
differenza dell'investimento rischioso - $\Delta (1 - K)$					
1,25	1,6578·10 ⁻⁶	-0,000361474	0,0315602	0,00118051	-0,0132299
1,30	-0,00339214	0,0154829	0,0484963	-0,0104552	-0,0151926
1,35	0,00780277	0,0272459	0,0610354	-0,0115231	-0,0167323
1,40	0,0164608	0,0363791	0,0705835	-0,0124211	-0,0179255
1,45	0,0234011	0,0436692	0,0779487	-0,013231	-0,0188346
1,50	0,0291031	0,0495917	0,0832451	-0,0139651	-0,0195118

GRAF. 8

DIFFERENZA DEI VOLUMI DI SCAMBIO E DIFFERENZA DELLE SCELTE DI INVESTIMENTO



BIBLIOGRAFIA

- BACK K. - CAO H. - WILLARD G.A., «Imperfect Competition Among Informed Traders», *Journal of Finance*, vol. 55, 2000, pp. 2117-55.
- BHATTACHARYA S. - GALE D., «Preference Shocks, Liquidity and Central Bank Policy», in BARNETT W.A. - SINGLETON K.J. (a cura di), *New Approaches to Monetary Economic*, New York, Cambridge University Press, 1987.
- BHATTACHARYA S. - NICODANO G., «Insider Trading, Investment and Liquidity: A Welfare Analysis», *Journal of Finance*, vol. 56, 2001, pp. 1141-56.
- CHUNG K.H. - JO H. - SHEFRIN H., «Trading Volume, Information, and Trading Costs: Empirical Evidence», *Working Paper*, State University of New York, 2003.
- CORNELL B. - SIRRI E.R., «The Reaction of Investors and Stock Prices to Insider Trading», *Journal of Finance*, vol. 47, 1992, pp. 1031-59.
- FISHE R.P.H. - ROBE M.A., «The Impact of Illegal Insider Trading in Dealer and Specialist Markets: Evidence From a Natural Experiment», *Journal of Financial Economics*, vol. 71, 2004, pp. 461-88.
- FOSTER F.D. - VISWANATHAN S., «Strategic Trading When Agents Forecast the Forecasts of Others», *Journal of Finance*, vol. 51, 1996, pp. 1437-78.
- GEORGE T.J. - KAUL G. - NIMALENDRAN M., «Trading Volume and Transaction Costs in Specialist Markets», *Journal of Finance*, vol. 49, 1994, pp. 1489-1505.
- GORTON G. - PENNACCHI G., «Financial Intermediaries and Liquidity Creation», *Journal of Finance*, vol. 45, 1990, 49-71.
- GROSSMAN S. - STIGLITZ J.E., «On the Impossibility of Informationally Efficient Markets», *American Economic Review*, vol. 70, 1980, pp. 393-406.
- HOLDEN C.W. - SUBRAHMANYAM A., «Long-Lived Private Information and Imperfect Competition», *Journal of Finance*, vol. 47, 1992, pp. 247-70.
- KYLE A.S., «Continuous Auctions and Insider Trading», *Econometrica*, vol. 53, 1985, pp. 1315-35.
- LELAND H., «Insider Trading: Should it be Prohibited?», *Journal of Political Economy*, vol. 100, 1992, pp. 859-87.
- LO A.W. - WANG J., «Trading Volume: Implication of an Intertemporal Capital Asset Pricing Model», *NBER, Working Paper*, no. 8565, 2001.
- MEULBROEK L.K., «An Empirical Analysis of Illegal Insider Trading», *Journal of Finance*, vol. 47, 1992, pp. 1661-701.
- MILGROM P. - STOKEY N.L., «Information, Trade and Common Knowledge», *Journal of Economic Theory*, vol. 26, 1982, pp. 17-27.

